

### Referência Histórica

**Florence Nightingale (1820-1910)**, enfermeira inglesa que no âmbito dos esforços que desenvolveu para melhorar as condições de assistência aos doentes e feridos, fez uma recolha de dados sobre as causas da morte e da doença, em vários hospitais, tendo concluído a necessidade de tratar e interpretar os dados após a sua recolha. Florence referiu: “O Ministério da Guerra dispõe de algumas das melhores estatísticas do mundo. E o que resulta delas? Pouco ou nada. Porquê? “Porque as chefias não sabem como fazer alguma coisa com elas... O que nos queremos não é tanto uma acumulação de factos mas antes conseguir ensinar aos homens que governam o país, o uso de dados estatísticos.”

## Frequências acumuladas

### Exemplo

Para conhecer os hábitos de leitura dos seus alunos, o professor de Português realizou um inquérito sobre o número de livros lidos durante o último ano. Os resultados obtidos são os seguintes:

2	1	3	1	2
2	3	3	2	4
1	2	3	1	2
3	4	1	2	2
3	3	3	3	4

Vamos organizar os dados obtidos numa tabela.

$x_i$	$f_i$	$fr_i$
1	5	0,2
2	8	0,32
3	9	0,36
4	3	0,12
Total	25	1

Para responder a questões como:

Quantos alunos leram menos de três livros?

Quantos alunos leram mais de dois livros?

Qual é a percentagem de alunos que leram menos de 2 livros?

É muito útil acrescentar a esta tabela mais duas colunas com a frequência absoluta acumulada e a frequência relativa acumulada.

Por exemplo ter lido dois ou menos livros seria:  $f_1 + f_2 = 5 + 8 = 13$

$x_i$	$f_i$	$fr_i$	$F_i$	$Fr_i$
1	5	0,20	5	0,20
2	8	0,32	5+8=13	0,20+0,32=0,52
3	9	0,36	13+9=22	0,52+0,36=0,88
4	3	0,12	22+3=25	0,88+0,12=1
total	25	1		

Assim podemos com facilidade responder às perguntas formuladas anteriormente.

### Quantos alunos leram menos de três livros?

Na tabela interessa a linha da frequência absoluta acumulada correspondente ao índice 2. Ou seja 22 alunos leram menos de três livros.

### Quantos alunos leram mais de dois livros?

Podemos determinar a diferença entre o total de alunos e retirar o número de alunos que leram um ou dois livros.  $25 - F_2 = 12$ , 12 alunos.

### Qual é a percentagem de alunos que leram menos de 2 livros?

Para responder a esta pergunta basta multiplicar a frequência relativa acumulada de índice 2 por 100.

$$fr_2 \times 100 = 52$$

A resposta à pergunta é 52%.

Chama-se **frequência absoluta** acumulada do valor  $x_i$  à soma das frequências absolutas correspondentes a todos os valores da variável até  $x_i$  (inclusive) e representa-se por  $F_i$ .

$$F_1 = f_1$$

$$F_2 = f_1 + f_2 = F_1 + f_2$$

$$F_3 = f_1 + f_2 + f_3 = F_2 + f_3$$

⋮

$$F_n = f_1 + f_2 + \dots + f_n = F_{n-1} + f_n$$

$$F_n = \sum_{i=1}^n f_i$$

Da mesma forma definimos a frequência relativa acumulada.

Chama-se frequência relativa acumulada do valor  $x_i$  à soma das frequências relativas correspondentes a todos os valores da variável até  $x_i$  (inclusive) e representa-se por  $Fr_i$ .

$$Fr_1 = fr_1$$

$$Fr_2 = fr_1 + fr_2 = Fr_1 + fr_2$$

$$Fr_3 = fr_1 + fr_2 + fr_3 = Fr_2 + fr_3$$

⋮

$$Fr_n = fr_1 + fr_2 + \dots + fr_n = Fr_{n-1} + fr_n$$

$$Fr_n = \sum_{i=1}^n fr_i$$

### Tarefa 42

Num teste psicológico realizado pelos candidatos a um lugar numa Empresa, foram obtidos os seguintes resultados:

18	21	21	19	20	21	
23	23	15	20	21	17	21
21	19	24	20	17	23	22
21	19	25	22	22	20	18
20	21	25	20	20	22	19
24	19	17	23	18	24	17
24	23	22	16	22	18	
22	16	18				

- Construa a tabela de frequências absolutas e relativas, simples.
- Quantos candidatos obtiveram um resultado superior a 20?

### Nota

Em linguagem matemática, utiliza-se a letra grega  $\Sigma$  (sigma maiúsculo) para traduzir uma soma e designa-se por somatório.

#### Tarefa 43

As classificações, num teste de Matemática, dos alunos de uma turma foram as seguintes:

Classificação	Nº de alunos
6	1
8	2
9	4
11	3
15	4
16	6
18	3

- Quantos alunos tem a turma?
- Constrói uma tabela de frequências simples e acumuladas
- Determina a percentagem de alunos que tiveram nota não inferior a 11.

#### Tarefa 44

O dono de um restaurante contou o número de almoços servidos durante 24 dias, os resultados foram os seguintes:

49 53 51 50 52 50  
52 50 50 51 49 53  
50 49 51 48 51 50  
50 51 52 50 51 49

Constrói a função cumulativa correspondente, usando frequências absolutas acumuladas.

### Função Cumulativa

Associada a cada uma das frequências acumuladas, existe uma outra forma de representar a amostra. Trata-se de uma função real de variável real que se designa por função cumulativa.

No caso da frequência absoluta acumulada (**função cumulativa das frequências absolutas**), esta função faz corresponder a cada valor de  $x$  o número total de dados observados com valor menor ou igual a  $x$ .

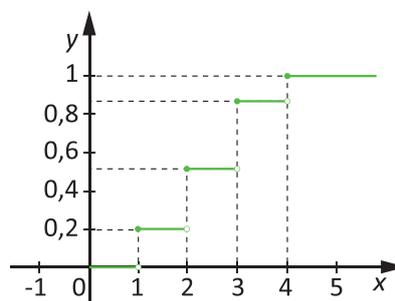
No caso da frequência relativa acumulada (**função cumulativa das frequências relativas**), esta função faz corresponder a cada valor de  $x$  a frequência relativa do total de dados observados com valor menor ou igual a  $x$ .

A função cumulativa, tanto das frequências relativas como absolutas, é uma função em escada.

Voltando ao nosso exemplo, a função cumulativa das frequências relativas define-se da seguinte forma:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1 \\ 0,2 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 0,52 & \text{se } 2 \leq x < 3 \\ 0,88 & \text{se } 3 \leq x < 4 \\ 1 & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

Podemos representar graficamente esta função:



### Dados agrupados em classes

Quando a variável estatística pode tomar uma grande diversidade de valores o intervalo de valores, é subdividido em intervalos mais pequenos, que devem :

- Ser disjuntos.
- Incluir todos os valores possíveis da variável que está em estudo.

A estes intervalos damos o nome de classes estatísticas e dizemos que os dados estão agrupados em classes.

A diferença entre o extremo superior e o inferior chama-se amplitude da classe.

Ao ponto medio de cada classe damos o nome de marca da classe  $x_m$ .

Num intervalo dado  $[a,b]$  usualmente a marca da classe obtém-se da seguinte forma:  $x_m = \frac{a+b}{2}$

Existem algumas normas que é necessário ter em conta na formação das classes:

- Todas devem ter a mesma amplitude.
- Não se devem sobrepor para que cada dado pertença exatamente a uma e uma só classe.
- O limite superior de uma classe deve coincidir com o limite inferior da seguinte.
- O valor mínimo da amostra deve pertencer à primeira classe e o máximo à última.
- Escolher o número de classes pode realizar-se seguindo uma regra: Para uma amostra de dimensão “n” o número de classes “k” é o menor número inteiro tal que :  $2^k \geq n$ .

### Exemplo:

Nas provas de aptidão física para acesso a uma Agência de Segurança privada, os 50 candidatos tiveram os seguintes tempos, na prova de 100 metros livres de corrida:

12,2	13,1	11,3	12,3	12,5	13,2	14,2	11,0	11,1	12,6
11,4	11,8	12,6	13,1	13,5	11,0	12,6	12,9	13,2	14,0
12,2	12,8	11,8	13,3	12,7	12,5	13,6	12,2	11,8	13,4
10,9	11,6	15,2	13,6	14,3	11,2	13,3	12,3	14,1	12,0
11,3	12,8	11,6	14,1	12,5	11,6	12,6	12,7	13,4	14,1

A dimensão da amostra é 50.

### Tarefa 45

O número de papaias recolhidas, numa pequena plantação, em 18 dias, foram os seguintes:

5 6 7 8 5 6

6 7 8 8 7 5

5 5 6 7 8 5

Constrói a função cumulativa correspondente usando frequências relativas acumuladas.

#### Tarefa 46

Um cientista estudou a altura de 21 plantas, em centímetros, 20 dias depois de terem sido semeadas. Os resultados foram os seguintes:

10 12 13 15 16 18 10

11 11 12 13 17 18 19

16 15 10 14 13 13 16

Elabora uma tabela de frequências, agrupando convenientemente os dados em classes.

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64 \text{ (maior que 50)}$$

$$2^7 = 128$$

Poderão ser formadas 6 classes para elaborar uma tabela de frequências.

Classes	$x_m$	$f_i$	$fr_i$	$F_i$	$Fr_i$
[10,6; 11,4[	11	7	0,14	7	0,14
[11,4; 12,2[	11,8	7	0,14	14	0,28
[12,2; 13[	12,6	18	0,36	32	0,64
[13; 13,8[	13,4	11	0,22	43	0,86
[13,8; 14,6[	14,2	6	0,12	49	0,98
[14,6; 15,4[	15	1	0,02	50	1
Total		50	1		

## Representações gráficas

A capacidade de transmitir informação pertinente relativa a grandes quantidades de dados de uma forma precisa, clara, confortável e apelativa é essencial na nossa sociedade. Na maioria das vezes, a informação apresenta-se recorrendo a representações gráficas que podem assumir diferentes formas.

### Diagrama de Barras

Esta é uma das representações gráficas mais usual. Utilizam-se para representar dados qualitativos ou quantitativos discretos.

A altura de cada barra deverá ser proporcional a frequência que lhe corresponde.